امتحان مقرر مبادئ الإحصاء والاحتمال للسنة أولى رياضيات – إضافية-٢٠١٦ – ٢٠١٧

السؤال الأول (٥٥د): ١) الطلب الأول-٥-:

$$\int_0^\infty\int_0^1 \alpha\left(\frac{e^{-x^2}}{1+y^2}\right)dx\,dy \overset{u=x^2}{=} \frac{1}{2}\int_0^\infty u^{-\frac{1}{2}}e^{-u}.(\arctan y)_0^1\,du = \alpha\frac{\pi\sqrt{\pi}}{8} = 1! \Rightarrow \alpha = \frac{8}{\pi\sqrt{\pi}}$$

٢) دراسة الاستقلال –١٠-: بما أن $f(x,y)=\left(\frac{8.e^{-x^2}}{\pi\sqrt{\pi}}\right)\left(\frac{1}{1+y^2}\right)=h_1(x)h_2(y)$ فهما مستقلان

وبطريقة أخرى: نوجد الكثافتين الهامشيتين:

$$f(x)=\int_0^1 f(x,y)dy=\left(\frac{2}{\sqrt{\pi}}\right).e^{-x^2},\ f(y)=\int_0^\infty f(x,y)dx=\frac{8}{\pi.(1+y^2)}=2y$$

ونلاحظ أن: $f(x,y)=\left(\frac{2}{\sqrt{\pi}}\right).e^{-x^2}\frac{1}{\pi}\left(\frac{8}{1+y^2}\right)=f(y).f(x)$

٣) توقع وتشتت المتحولين-١٦-:

$$EX=\int_0^\infty x.f(x)dx=\int_0^\infty\left(\frac{2}{\sqrt{\pi}}\right)x.e^{-x^2}dx=\frac{1}{\pi},EX^2=\int_0^\infty x^2 f(x)=\int_0^\infty\left(\frac{2}{\sqrt{\pi}}\right)x^2.e^{-x^2}dx=\frac{1}{2.\sqrt{\pi}}$$
$$EY=\int_0^1 y.f(y)dy=\int_0^\infty\frac{8.y}{\pi.(1+y^2)}dy=\frac{\ln 16}{\pi},EY^2=\int_0^1 y^2.f(y)dy=\int_0^\infty\frac{8.y^2}{\pi.(1+y^2)}dy=\frac{2(2+\pi)}{\pi},$$
$$VarX=\frac{\pi\sqrt{\pi}-2}{\pi^2}\ ,\quad VarY=\frac{2(2+\pi)}{\pi}-\left(\frac{\ln 16}{\pi}\right)^2.$$

٤) توقع الجداء والتغاير ومعامل الارتباط-١٢-:

$$E(X.Y)=\frac{8}{\pi\sqrt{\pi}}\int_0^\infty\int_0^1\left(\frac{x.y.e^{-x^2}}{1+y^2}\right)dx\,dy=\left(\frac{2}{\pi}\right)^3\frac{\ln 16}{\sqrt{\pi}}\Rightarrow \operatorname{cov}(X,Y)=E(X.Y)-EX.EY=0$$
$$\rho(X,Y)=\frac{\operatorname{cov}(X,Y)}{\sqrt{VarX}\sqrt{VarY}}=\frac{0}{\sqrt{VarX}\sqrt{VarY}}=0.$$

٥) الطلب الخامس-١٢-:

$$E(\pi.X+26)=\pi EX+26=27,\ E(\pi.Y-\ln 16)=\pi EY-\ln 16=0,$$
$$Var(\sqrt{\pi}.X+2)=\pi VarX=\pi\sqrt{\pi}-2,\ Var(\sqrt{\pi}.Y+2017)=\pi VarY=2(2+\pi)-\frac{\ln 16}{\pi},$$
$$\operatorname{cov}(3.X+5,\sqrt{2}Y+13)=3.\sqrt{2}\operatorname{cov}(.X,Y)=0,\ \rho(3.X+5,\sqrt{2}Y+13)=\rho(X,Y)=0.$$

الجواب الثاني [٤٥]: ١) –٦–:ندعو هذا التوزيع بالتوزيع الحداني

$$\sum_{x=0}^n P(X=x)=\sum_{x=0}^n\frac{n!}{x!(n-x)!}p^x.(1-p)^{n-x}=(p+1-p)^n=1$$

٢)-١٠-

$$EX=\sum_{x=0}^{n}x.P\left(X=x\right)=\sum_{x=1}^{n}\frac{n!}{(x-1)!(n-x)!}p^{x}.(1-p)^{n-x}\overset{x-1=y}{\underset{n-1=m}{=}}n.p(p+1-p)^{m}=n.p$$

$$EX^{2}=\sum_{x=0}^{n}x.^{2}P\left(X=x\right)=\sum_{x=1}^{n}x\frac{n!}{(x-1)!(n-x)!}p^{x}.(1-p)^{n-x}\overset{x-1=y}{\underset{n-1=m}{=}}$$

$$=n.p(n.p-p+1)^{m}=(n.p)^{2}-np^{2}+n.p\Rightarrow VarX=n.p.(1-p).$$

٣)أوجد الدالة المولدة لهذا المتحول ثم تحقق من قيمة التوقع والتشتت السابقين-٧-:

$$U_{X}(t)=\sum_{x=0}^{n}e^{t.x}P\left(X=x\right)=\sum_{x=0}^{n}\frac{n!}{x!(n-x)!}(p.e^{t})^{x}.(1-p)^{n-x}=(p.e^{t}+1-p)^{n}$$

$$EX=\left.\frac{\partial U_{X}(t)}{\partial t}\right|_{t=0}=n.p,\ EX^{2}=\left.\frac{\partial^{2}U_{X}(t)}{\partial t^{2}}\right|_{t=0}=(n.p)^{2}-np^{2}+n.p$$

$$VarX=n.p(1-p).$$

٤)(١٢=٤+٤+٤) **المنوال** لمجموعة من القيم هي القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها ، أو القيمة الأكثر شيوعاً . وقد لا يكون للقيم منوال وقد يوجد أكثر من منوال واحد .

المجموعة ٢٢,٥,٧,٩,٩,٩,١٠,١٠,١١,١٢,١٨ لها منوال واحد وهو ٩ .

ُيعرف **المتوسط (الوسط) الهندسي** (والذي نرمز له بالرمز $\overline{X}_g$) لمجموعة من القياسات $X_1, X_2, ..., X_n$ بأنه الجذر النوني لحاصل ضرب هذه القيم أي :

$$\overline{X}_g=\sqrt[n]{X_1.X_2....X_n}$$

المتوسط الهندسي للأعداد ٢,٤,٨ هو : $\overline{X}_g=\sqrt[3]{X_1.X_2.X_3}=4.$

المتوسط التوافقي:إذا كانت لدينا مجموعة من القياسات $X_1, X_2, ..., X_n$. فإن المتوسط التوافقي (والذي نرمز له بالرمز $\overline{X}_h$) لهذه القياسات ُيعطى بالعلاقة التالية :

$$\overline{X}_h=\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i}}.$$

المتوسط التوافقي للأعداد ٣,٤,٦ هو :

$$\overline{X}_h=\frac{1}{\frac{\frac{1}{X_1}+\frac{1}{X_2}+...+\frac{1}{X_n}}{n}}=\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{X_i}}=\frac{3}{\frac{9}{12}}=3.$$

٥) (٥+٥) إذا كان توقع المقدر مساوياً للوسيط فهو منصف.
وإذا كان منصفاً وتشتته يسعى نحو الصفر فهو متسق.

<u>**انتهت الأجوبة**</u>

جواب الأول
$]-1,1[$
٢)

Scanned by CamScanner

جامعة البعث	العام الدراسي	القسم: [illegible]
كلية العلوم	2017-2018	الرقم: [illegible]

امتحان مقرر مبادئ الإحصاء والاحتمال السنة الأولى رياضيات - فصل 2

السؤال الأول (42د)

لدينا المتحول العشوائي الذي قانونه الاحتمالي:

$$f(x,y)=a\left(\frac{y}{1+x^2}\right);\ (x,y)\in[0,1]\times[0,1]$$

1) أوجد الثابتة (a) حتى تكون هذه الدالة دالة كثافة؟
2) ادرس استقلال المتحولين بطريقتين؟
3) ثم أوجد توقع وتشتت كل من المتحولين الهامشيين؟
4) احسب توقع الجداء، ثم تغاير المتحولين ثم معامل الارتباط؟
5) أوجد التوقع من أي مرتبة كانت للمتحول Y.

السؤال الثاني (30د)

ليكن (X) متحول عشوائي قانونه الاحتمالي: $P(X=x)=p^x(1-p)^{1-x};\ x=0,1$، والمطلوب:

1) ما اسم هذا التوزيع واحسب توقعه وتشتته؟
2) أوجد الدالة المولدة لهذا المتحول؟
3) قدر الوسيط (p) على أساس عينة عشوائية حجمها (n)، بطريقتي الاحتمالية العظمى والعزوم
4) ادرس نوعية مقدر الوسيط

السؤال الثالث (28د)

ثلاث شركات لإنتاج الأدوية بحيث تغطي حاجة السوق في إحدى البلدان. فإذا كانت الشركة الأولى تغطي 23% من حاجة السوق ومنتجها معيب 0.02 والثانية تغطي 34% ومنتجها معيب 0.03 والثالثة تغطي 43% ومنتجها معيب 0.02، والمطلوب:

1) احسب نسبة المعيب
2) اشترى أحد الزبائن علبة دواء فوجدها معيبة، فما احتمال أن تكون من إنتاج الشركة الثانية

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي بالتوفيق والنجاح

حمص في 2017/7/6 د. [illegible]

جامعة البعث   العام الدراسي   الاسم:

كلية العلوم   ٢٠١٦ - ٢٠١٧   الرقم:

امتحان مقرر مبادئ الإحصاء والاحتمال للسنة الأولى رياضيات – د. إضافية

السؤال الأول (55د):

لدينا المتحول العشوائي الذي قانونه الاحتمالي:

$$f(x,y)=a\left(\frac{e^{-x}}{1+y^2}\right);(x,y)\in[0,\infty[\times[0,1]$$

١) أوجد الثابتة (a) حتى تكون هذه الدالة دالة كثافة !

٢) ادرس استقلال المتحولين بطريقتين !

٣) أوجد توقع وتشتت كل من المتحولين المفروضين !

٤) احسب توقع الجداء، تغاير المتحولين ثم معامل الارتباط!

٥) أوجد مايلي (مع ذكر القانون):

$$E(\pi X+26),\ E(\pi Y-\ln 16),\ Var(\sqrt{\pi}X+2),\ Var(\sqrt{\pi}Y+2017)$$
$$cov(3X+5,\sqrt{2}Y+13),\ \rho(3X+5,\sqrt{2}Y+13)$$

السؤال الثاني (45د):

ليكن (X) متحول عشوائي قانونه الاحتمالي:

$$P(X=x)=\frac{n!}{x!(n-x)!}p^x(1-p)^{n-x};x=0,1,\dots,n$$

1) ما اسم هذا التوزيع وتحقق من كونه تابع احتمال !

٢) احسب توقع وتشتت هذا المتحول !

٣) أوجد الدالة المولدة لهذا المتحول ثم تحقق من قيمة التوقع والتشتت السابقين!

4) عرّف المتوسط الهندسي والتوافقي والمنوال مع مثال توضيحي لكل تعريف!

5) متى يكون نوع مقدر الوسيط منحطاً ومتى يكون متسقاً.

انتهت الأسئلة

مع تمنياتي بالتوفيق و النجاح

حمص في ٢٧/٨/٢٠١٧   د. مصطفى حسن